

WYTRZYMAŁOŚĆ MATERIAŁÓW

**CHARAKTERYSTYKA GEOMETRYCZNA PRZEKROJU –
MOMENTY BEZWŁADNOŚCI**

MOMENTY BEZWŁADNOŚCI PRZEKROJU

Momenty bezwładności są wielkościami matematycznymi charakteryzującymi opór, jaki dany element konstrukcji stawia siłom odkształcającym, w zależności od wielkości i kształtu jego przekroju poprzecznego.

RODZAJE MOMENTÓW BEZWŁADNOŚCI:

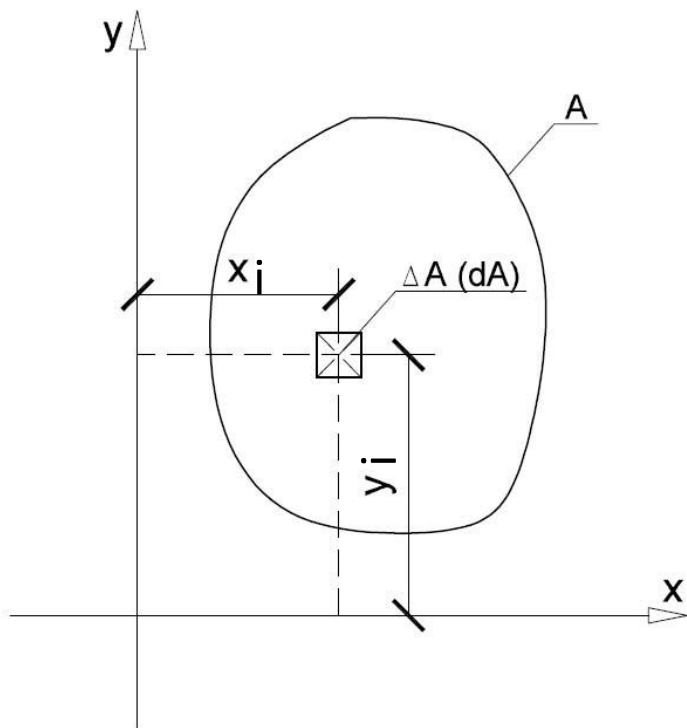
1. Moment bezwładności pola względem osi – **OSIOWY** moment bezwładności,
2. Moment bezwładności względem układu osi – **ODŚRODKOWY** moment bezwładności,
3. Moment bezwładności względem punktu – **BIEGUNOWY** moment bezwładności.

OZNACZENIA MOMENTÓW BEZWŁADNOŚCI:

- moment bezwładności pola względem osi x: I_x
- moment bezwładności pola odśrodkowy (względem układu osi): I_{xy}
- biegunowy moment bezwładności (względem punktu „0”): I_0

Jednostką momentu bezwładności jest **cm⁴**.

OSIOWY MOMENT BEZWŁADNOŚCI



Moment bezwładności **względem osi x**:

$$I_x = \sum_{i=1}^n \Delta A_i y_i^2 = \int_A y^2 dA$$

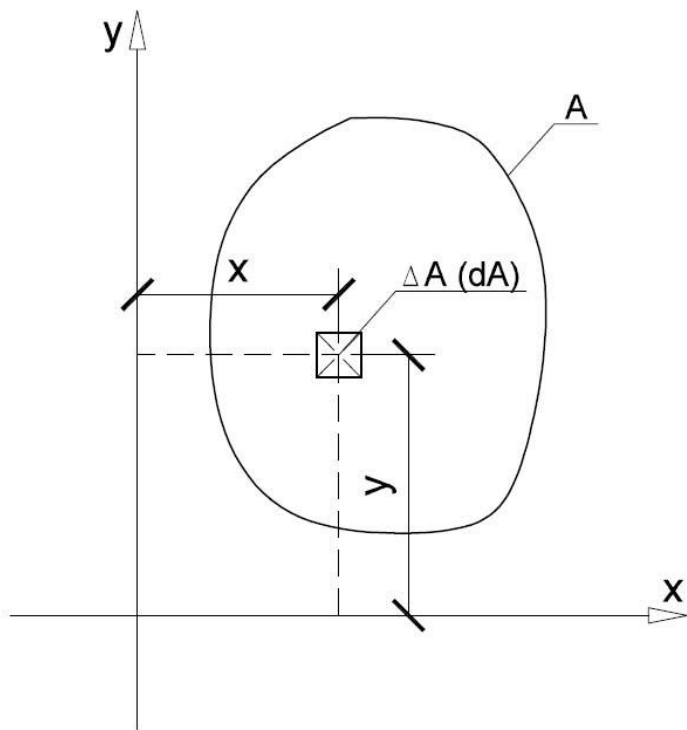
Moment bezwładności **względem osi y**:

$$I_y = \sum_{i=1}^n \Delta A_i x_i^2 = \int_A x^2 dA$$

MOMENTEM BEZWŁADNOŚCI pola A **względem osi** leżącej w jego płaszczyźnie nazywamy obejmującą całe pole sumę iloczynów elementarnych pól ΔA oraz kwadratów współrzędnych ich środków, odpowiadających kwadratowi odległości od tej osi.

Wartości momentów bezwładności przekroju względem osi są **zawsze dodatnie**.

ODŚRODKOWY MOMENT BEZWŁADNOŚCI



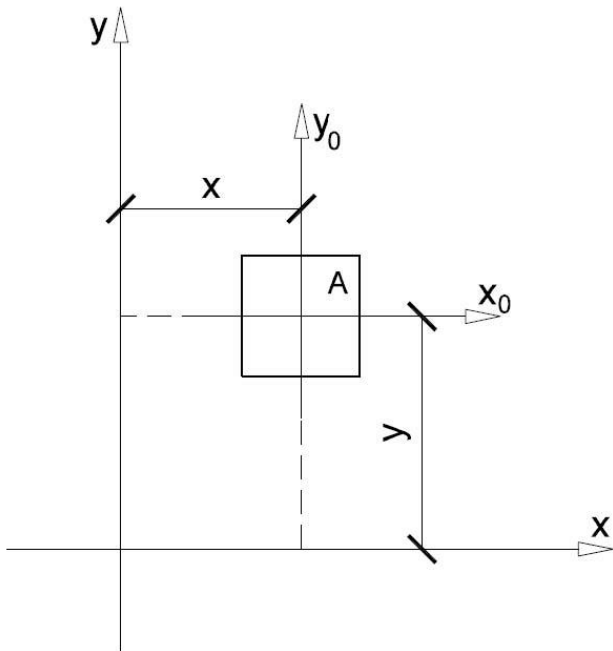
Odśrodkowy moment bezwładności
względem osi x i y:

$$I_{xy} = \sum_{i=1}^n \Delta A_i x_i y_i = \int_A xy \, dA$$

Odśrodkowym momentem bezwładności pola **A** **względem dowolnego układu osi** współrzędnych nazywamy sumę iloczynów elementarnych pól ΔA , na które podzielono pole **A**, oraz współrzędnych ich środków ciężkości.

Moment odśrodkowy pola może przybierać wartości **zarówno dodatnie, jak ujemne**, a w szczególnym przypadku **może być równy zeru**.

TWIERDZENIE STEINERA



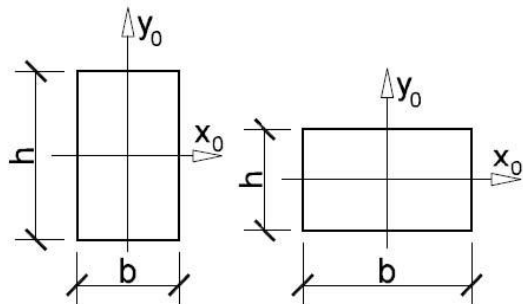
$$I_x = I_{x0} + Ay^2$$

$$I_y = I_{y0} + Ax^2$$

$$I_{xy} = I_{x0y0} + Axy$$

- I_x, I_y – momenty bezwładności pola A względem osi równoległych do osi środkowych pola A,
- I_{x0}, I_{y0} – momenty bezwładności pola A względem jego osi środkowych,
- x, y – współrzędne środka ciężkości pola A w układzie osi xy ,
- I_{xy} – moment odśrodkowy pola A względem układu osi xy , równoległego do osi środkowych pola A,
- I_{x0y0} – moment odśrodkowy pola A względem jego osi środkowych,
- x, y – współrzędne środka ciężkości pola A w układzie osi xy .

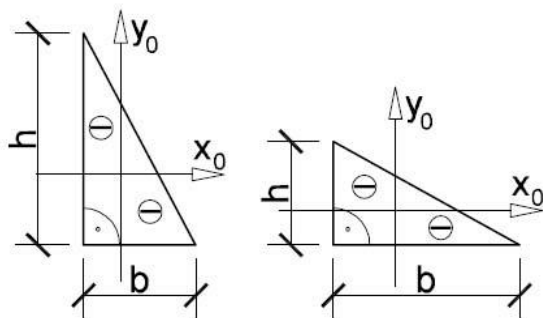
MOMENTY BEZWŁADNOŚCI WYBRANYCH FIGUR WZGLĘDEM OSI ŚRODKOWYCH



$$I_{x0} = \frac{bh^3}{12}$$

$$I_{y0} = \frac{hb^3}{12}$$

$$I_{x0y0} = 0$$



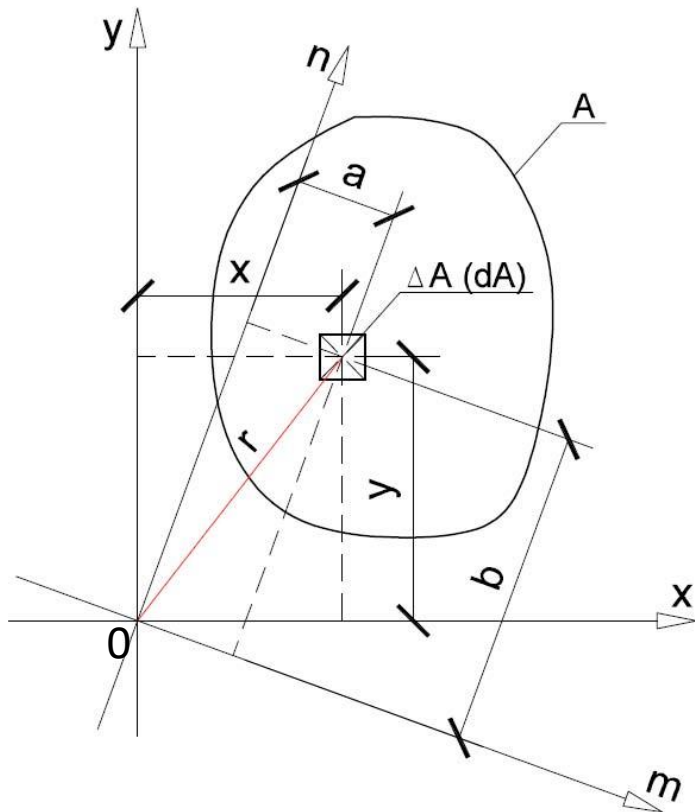
$$I_{x0} = \frac{bh^3}{36}$$

$$I_{y0} = \frac{hb^3}{36}$$

$$I_{x0y0} = \pm \frac{b^2h^2}{72}$$

BIEGUNOWY MOMENT BEZWŁADNOŚCI

Biegunowy moment bezwładności:

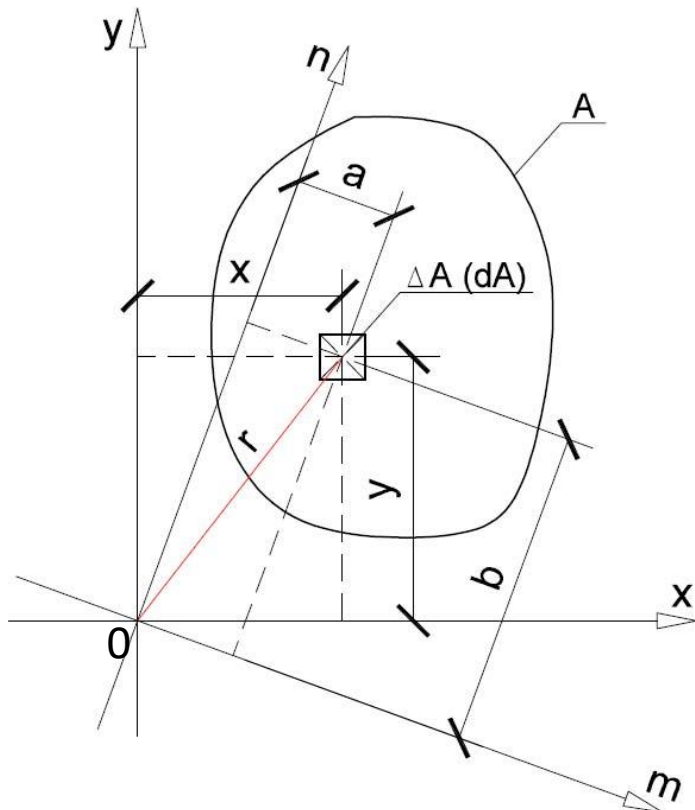


$$I_0 = \sum_{i=1}^n \Delta A_i r_i^2 = \int_A r^2 dA$$

Biegunowym momentem bezwładności pola A względem punktu, zwanego biegunem, leżącego w jego płaszczyźnie, nazywamy obejmującą całe pole sumę iloczynów elementarnych pól ΔA przez kwadraty ich odległości od bieguna.

Wartość biegunowego momentu bezwładności przekroju jest **zawsze dodatnia**.

BIEGUNOWY MOMENT BEZWŁADNOŚCI



$$I_0 = \sum_{i=1}^n \Delta A_i r_i^2 = \sum_{i=1}^n \Delta A_i (x_i^2 + y_i^2) =$$

$$I_0 = \sum_{i=1}^n \Delta A_i x_i^2 + \sum_{i=1}^n \Delta A_i y_i^2 = I_y + I_x$$

$$I_0 = \sum_{i=1}^n \Delta A_i r_i^2 = \sum_{i=1}^n \Delta A_i (a_i^2 + b_i^2) =$$

$$I_0 = \sum_{i=1}^n \Delta A_i a_i^2 + \sum_{i=1}^n \Delta A_i b_i^2 = I_n + I_m$$

BIEGUNOWY MOMENT BEZWŁADNOŚCI

$$I_0 = I_x + I_y = I_m + I_n$$

Suma momentów bezwładności pola A względem obu osi dowolnego prostokątnego układu współrzędnych, mającego początek w danym biegunie, jest wielkością stałą i równą biegunowemu momentowi bezwładności względem tego bieguna.

MOMENTY BEZWŁADNOŚCI FIGUR ZŁOŻONYCH

Moment bezwładności złożonej figury płaskiej względem pewnej osi, układu osi lub bieguna równa się sumie odpowiednich momentów bezwładności poszczególnych części składowych tej figury względem tej samej osi, tego samego układu osi lub tego samego bieguna.

